



UNIVERZITET U NIŠU
FAKULTET ZAŠTITE NA RADU U NIŠU



OSNOVI MAŠINSTVA

- PREZENTACIJA BR. 13 -

Dr Darko Mihajlov, vanr. prof.

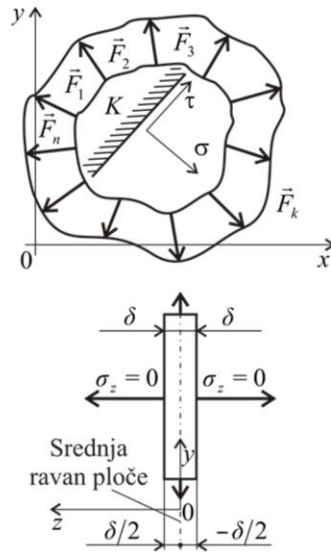
SADRŽAJ PREZENTACIJE

RAVNO NAPREZANJE

- ♦ Osnovni pojmovi i pretpostavke u slučaju ravnog naprezanja;
- ♦ Čisto smicanje;
- ♦ Naponi kod čistog smicanja;
- ♦ Deformacija usled čistog smicanja;
- ♦ Dimenzionisanje usled smicanja.



Osnovni pojmovi i pretpostavke



OSNOVI MAŠINSTVA

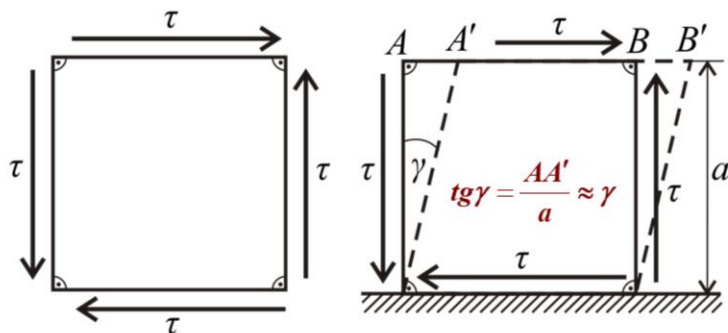
Ravno (ravansko) naprezanje nastaje kada je tanka ploča, proizvoljne konture, konstantne debljine δ , napregnuta samo silama koje djeluju duž konture i čije se rezultante nalaze u srednjoj ravni ploče.

U svakoj tački srednje ravni ploče je moguće postaviti bezbroj ravni preseka.

U zavisnosti od ravni preseka, u posmatranoj tački (K) se pod uticajem opterećenja javlja **ukupni napon** koji se može razložiti na komponentne napone, i to: σ (**normalni**) i τ (**tangencijalni**). Veličine komponentnih napona zavise od preseka kroz datu tačku elementa. Kada su poznate veličine komponentnih napona u svim mogućim ravnima, onda je poznato naponsko stanje u toj tački (K).

U slučaju ravnog naprezanja, kroz datu tačku (K) je moguće konstruisati **samo jednu ravan u kojoj je ukupni napon jednak nuli** (veličine komponentnih napona su jednake nuli u ravni paralelnoj ravni Oxy).

Pojam čistog smicanja



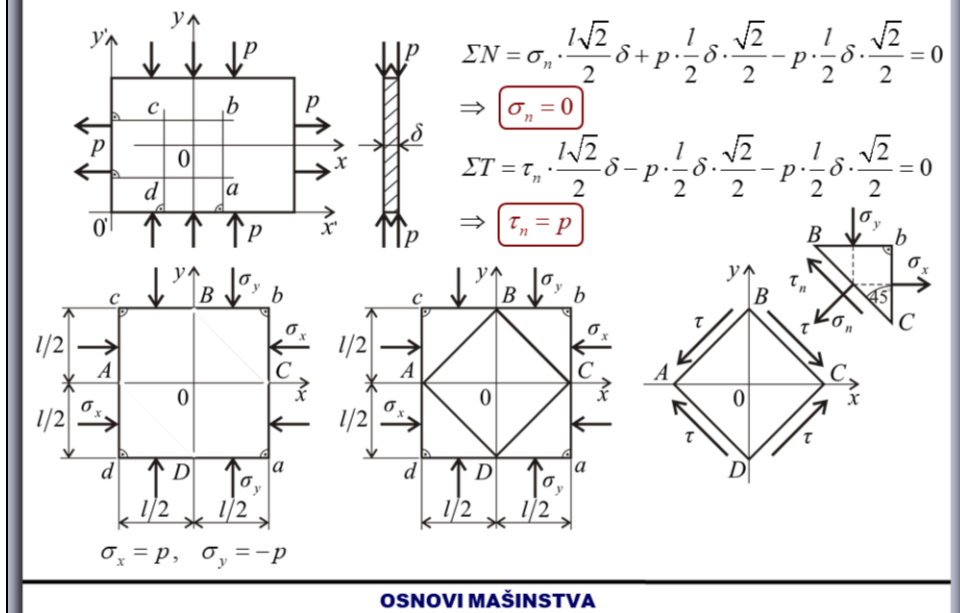
OSNOVI MAŠINSTVA

Ravno naprezanje, pri kome na ortogonalnim stranama elementarnog paralelopipeda djeluju samo tangencijalni naponi τ naziva se **čisto smicanje**.

Pri ovom naponskom stanju se menjaju uglovi između stranica, dok se dužine stranica ne menjaju.

Pri čistom smicanju se svaka stranica paralelograma pomeri u odnosu na njoj paralelnu stranicu za malu veličinu AA' koja se naziva **apsolutno smicanje** i meri se dužinskim jedinicama. Odnos apsolutnog smicanja AA' prema rastojanju a između paralelnih stranica se naziva **relativno smicanje**, koje je pri malim deformacijama jednako **uglu klizanja** γ , a meri se radjanima.

Naponi kod čistog smicanja



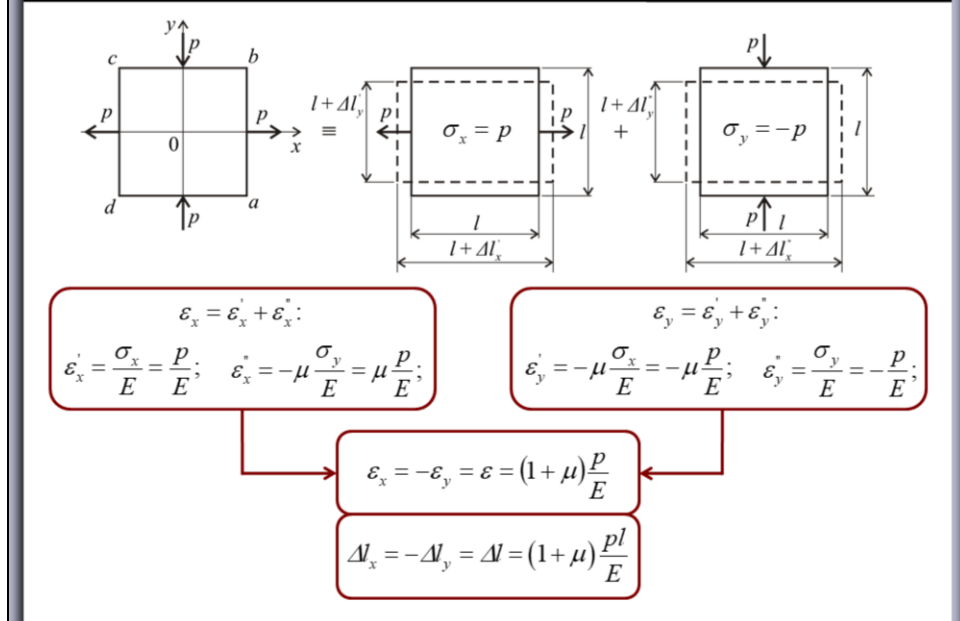
Posmatra se tanka ploča pravougaonog oblika, debljine δ , zategnuta u pravcu ose x i pritisnuta u pravcu ose y jednolikim opterećenjem p po jedinici površine. Pretpostavlja se da su sile upravne na konturu ploče.

Iz te ploče se iseče ploča kvadratnog oblika $abcd$, čije su stranice paralelne stranicama prvobitne ploče. Na stranicama ploče $abcd$ dejstvuju samo normalni naponi: $\sigma_x = p$ i $\sigma_y = -p$.

Iz kvadratne ploče $abcd$ se iseče druga kvadratna ploča $ABCD$ i trougaona ploča BbC . Primenom **Metode preseka**, iz jednačina ravnoteže za sile koje napadaju trougaonu ploču BbC , određuju se vrednosti komponentnih napona σ_n i τ_n u ravnima pod uglom $\pi/4$.

Kvadratna ploča $ABCD$ je napregnuta na **čisto smicanje**, njene bočne strane su opterećene silama u samim stranama, tj. **nema sila u pravcima normala na bočne strane**.

Deformacija usled čistog smicanja



Za određivanje deformacije usled čistog smicanja se najpre posmatra deformacija kvadratne ploče *abcd*.

Dato naponsko stanje se razloži u dva naponska stanja.

Ukupna deformacija se određuje primenom **principa superpozicije**, sabiranjem pojedinačnih deformacija koje nastaju usled pojedinačnih naponskih stanja $\sigma_x = p$ i $\sigma_y = -p$.

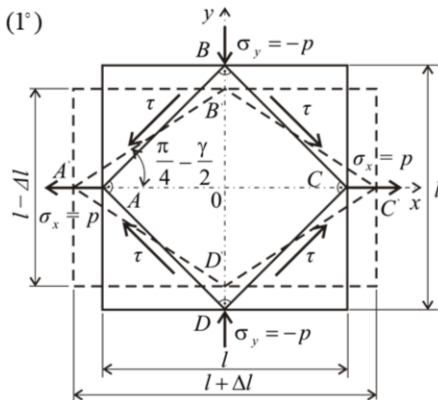
Princip superpozicije podrazumeva sabiranje deformacija u pravcima x i y ose na način kako je prikazano na slajdu.

Deformacija usled čistog smicanja

$$\left. \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2} \right) = \frac{\overline{OB'}}{\overline{OA'}} = \frac{\frac{l}{2} - \frac{\Delta l}{2}}{\frac{l}{2} + \frac{\Delta l}{2}} = \frac{l - \Delta l}{l + \Delta l} = \frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon}; \quad (1^\circ) \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2} \right) &= \frac{\sin \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2} \right)}{\cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2} \right)} = \frac{1 - \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}}{1 + \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2}} \approx \\ &\approx \frac{1 - \frac{\gamma}{2}}{1 + \frac{\gamma}{2}} = \frac{2 - \gamma}{2 + \gamma}; \quad \operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} \approx \frac{\gamma}{2}; \quad (2^\circ) \end{aligned} \right\}$$

$$(1^\circ) = (2^\circ) \Rightarrow \frac{2 - \gamma}{2 + \gamma} = \frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon} \Rightarrow \gamma = 2\varepsilon; \quad (3^\circ)$$



Nastavak ⇒

OSNOVI MAŠINSTVA

Deformacija prizme $ABCD$, koja je napregnuta na čisto smicanje, nastaje tako što se pravi uglovi BAD i BCD smanjuju za malu veličinu ugla γ , dok se pravi uglovi ABC i ADC povećavaju za istu veličinu ugla γ . Ova promena prvobitno pravog ugla se naziva **klizanje** ili **smicanje** i obeležava se sa γ .

Deformacija usled čistog smicanja

$$\underline{\gamma = 2\varepsilon}; (3^\circ) \quad \underline{\varepsilon = (1 + \mu) \frac{p}{E}}; (4^\circ)$$

$$(4^\circ) \rightarrow (3^\circ) \Rightarrow \underline{\gamma = \frac{2(1 + \mu)p}{E}}; (5^\circ)$$

$$\underline{\tau = p}; (6^\circ)$$

$$(6^\circ) \rightarrow (5^\circ) \Rightarrow \underline{\gamma = \frac{\tau}{\frac{E}{2(1 + \mu)}} = \frac{\tau}{G}}; (7^\circ)$$

$$\underline{G = \frac{E}{2(1 + \mu)}}; (8^\circ)$$

$$(7^\circ) \Rightarrow \underline{\tau = G \cdot \gamma}; (9^\circ) - \text{Hukov zakon za slučaj smicanja}$$

OSNOVI MAŠINSTVA

Analiza izraza (1°) ÷ (9°):

- Izraz (3°) pokazuje da je klizanje jednako dvostrukoj vrednosti dilatacije;
- Izraz (4°) pokazuje vezu između normalnog napona i dilatacije;
- Izraz (5°) pokazuje vezu između normalnog napona i klizanja;
- Izraz (8°) pokazuje vezu između modula klizanja G , modula elastičnosti E i Poasonovog koeficijenta μ . Ove veličine definišu elastična svojstva izotropnih materijala i međusobno su zavisne. Dovoljno je da se eksperimentom odrede dve, a treća se sračunava prema izrazu (8°).
- Izraz (9°) predstavlja **Hukov zakon za slučaj smicanja** i izražava linearnu zavisnost između klizanja i tangencijalnog napona. Ovaj zakon važi do granice proporcionalnosti. Koeficijent proporcionalnosti G se naziva **modul klizanja**. To je fizička konstanta materijala koja određuje krutost pri smicanju (smicajnu krutost), ima dimenziju napona kao i modul elastičnosti E , i meri se uglavnom u $[\text{kN}/\text{cm}^2]$.

Dimenzionisanje usled smicanja

Pretpostavka - napon je jednoliko raspoređen po poprečnom preseku:

$$\tau = \frac{F}{A} \leq \tau_{ds} \Rightarrow A \geq \frac{F}{\tau_{ds}}$$

A - tražena dimenzija poprečnog preseka,

F - sila opterećenja u samoj ravni preseka i

τ_{ds} - dozvoljeni napon pri smicanju.

$$\tau_{ds} = 0.8 \sigma_{de}$$

OSNOVI MAŠINSTVA

Dimenzionisanje usled smicanja se vrši primenom datog izraza na osnovu pretpostavke da je napon jednoliko raspoređen po poprečnom preseku, gde je **A** tražena dimenzija poprečnog preseka, **F** sila opterećenja u samoj ravni preseka i τ_{ds} dozvoljeni napon pri smicanju, za koji se može približno usvojiti da je $0.8\sigma_{de}$.

Stvarna vrednost smičućeg napona ne sme biti veća od dozvoljene vrednosti.

Kontrolna pitanja 13



1. Objasniti opšte pojmove i pretpostavke u slučaju ravnog naprezanja.
2. Objasniti pojam čistog smicanja.
3. Objasniti napone kod čistog smicanja.
4. Izvesti izraz za deformaciju kvadratne ploče usled čistog smicanja i nacrtati ploču pre i posle deformacije.
5. Napisati izraz za Hukov zakon u slučaju čistog smicanja i uporediti ga sa odgovarajućim izrazom Hukovog zakona u slučaju aksijalnog naprezanja.
6. Kako se vrši dimenzionisanje usled smicanja?